МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ

DOI: <https://doi.org/10.15407/emodel.43.01.003>
УДК 621.01: 62-251: 62-762

С.С. Шевченко¹, канд. техн. наук, **А.С. Шевченко**², аспірант

¹ Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України
Україна, 03164, Київ, вул. Генерала Наумова, 15
e-mail: s.shevchenko@united.productions,

² Сумський державний університет
Україна, 40007, Суми, вул. Римського-Корсакова, 2,
e-mail: o.shevchenko@ecolog.sumdu.edu.ua

Математична модель і методика розрахунку безвального насоса з ущільненнями-опорами для підвищення екологічної безпеки насосного обладнання АЕС

Побудовано модель безвального насоса, переваги якого полягають у відсутності контактів робочого колеса з нерухомим корпусом. Отримано статичні та витратні характеристики насоса з ущільненнями-опорами. Безвальні насоси є прикладом використання щільних ущільнень як опор, крім їх основного призначення — обмежувати перетоки між порожнинами з різним тиском. Проведено аналіз динаміки безвального консольного насоса з комбінованим опорно-рівноважуючим і ущільнюючим вузлом, результати якого засвідчили, що насос має достатній запас вібронадійності.

К л ю ч о в і с л о в а: ущільнення-опори, безвальний насос, статичний розрахунок, вібраційні характеристики.

Насосне обладнання АЕС виконує технологічні функції, пов'язані із забезпеченням ядерної та радіаційної безпеки: з одного боку, відмови деяких насосів можуть викликати великі аварії, а з іншого, — насоси є найважливішими елементами різних систем безпеки. Отже, при створенні насосного обладнання для АЕС перш за все висувуються вимоги надійності як в розрахункових, так і в перехідних режимах, включаючи аварійні.

Щільні ущільнення роторів мають такі ж зазори, як і опорні підшипники ковзання. Тому ущільнення являє собою повноохватний підшипник, несуча здатність якого забезпечується не тільки обертанням ексцентрично розташованого валу, але і значним осьовим перепадом тиску,

© Шевченко С.С., Шевченко А.С., 2021

що дроселюється на ущільненні. Гідростатична складова несучої здатності має переважне значення, оскільки зазвичай перевищує згинальну жорсткість валу і жорсткість радіальних підшипників ковзання. Торцові щілинні ущільнення систем авторозвантаження одночасно виконують функції упорних (осьових) гідростатичних підшипників. Тому щілинні ущільнення, крім основного призначення, а саме обмежувати перетоки між порожнинами з різним тиском, можуть бути використані як опори ротора. У неявній формі ці функції ущільнень завжди реалізовувалися в відцентрових насосах. Останнім часом з'явилися конструкції, в яких вже навмисно функції опор перекладено на щілинні ущільнення.

Модель безвального насоса. Прикладом використання щілинних ущільнень в якості опор є так звані безвальні насоси [1]. На рис. 1 наведено схему одноступінчатого відцентрового насоса, робоче колесо 2 якого пов'язане з гнучким привідним валом 9 сферичним шліцьовим з'єднанням 10. Діаметр вала обирають за умови міцності під дією переданого від двигуна крутного моменту. Переднє щілинне ущільнення 1 і елемент заднього 5 виконують функції радіальних гідростатичних підшипників, а система авторозвантаження у вигляді кільцевого 5 і торцевого 7 дроселів разом з камерою 8 — функції саморегульованого упорного гідростатичного підшипника. Радіальні лопатки 4 в корпусі 3 гальмують окружний потік в задній пазусі, при цьому в ній підвищується статичний тиск, який дроселюється на задньому ущільненні, підвищуючи несучу здатність радіальної опори 5. Оскільки вал гнучкий, колесо має свободу радіальних, кутових і осьових переміщень.

Внаслідок цього в процесі роботи під дією гідродинамічних сил і моментів в щілинних ущільненнях, а також гіроскопічного моменту колесо самоцентрується, займає найвигідніше положення, нейтральне по відношенню до зовнішніх збурень. В результаті істотно зменшуються амплітуди його вимушених коливань. На кінцевому ущільненні 6 з боку приводу дроселюється малий тиск входу, а через малий діаметр торсіону ущільнення працює при низьких окружних швидкостях.

Переваги безвальних насосів обумовлені відсутністю контактів обертового робочого колеса з нерухомим корпусом. Водночас, безконтактний режим роботи визначається гідродинамічними характеристиками системи авторозвантаження осьових сил і щілинних ущільнень. Тому параметри, при яких зберігається безконтактна робота, визначаються за допомогою розрахунку.

Статичний розрахунок — це, перш за все, визначення залежності торцевого зазору і витрат від зовнішніх впливів, а саме тиску нагнітання і частоти обертання ротора. Передбачається, що вертикальне зміщення робочого колеса під дією сили тяжіння врівноважується гідростатичними

Тиск на основний і покривний диски на поточному радіусі R визначаємо за допомогою формул [3]

На вході в щілинні ущільнення 1, 5 (на радіусах R_1 і R_3) тиск зменшується на величину відповідно

Рівняння осової рівноваги отримаємо, прирівнюючи нулю суму осових сил тиску на поверхні робочого колеса:

ISSN 0204–3572. Електрон. моделювання. 2021. Т. 43. № 1

де $A'_e = \pi (R_1^2 - R_5^2)$; $A_c = \pi (R_4^2 - R_5^2)$; $A'_2 = \pi (R_3^2 - R_4^2)$; $A_3 = \pi R_6^2$. Сили T_1 , T_2 , що діють на покривний A_A і основний A_B диски, визначаються інтегруванням тисків (1) по радіусу. В результаті інтегрування знаходимо

$$T_1 = A_A (p_1 - p_{A*}), T_2 = A_B (p_1 - p_{B*}).$$

Після угруповання доданків умову рівноваги подамо у вигляді

$$A_1 p_1 + A_e p_e - T_* - A_2 p_2 = 0, \quad (2)$$

де

$$A_1 = A_A - A_B, A_e = A'_e + A_3 - 0,5 A_c, A_2 = A'_2 + 0,5 A_c, \quad (3)$$

$$T_* = p_{A*} A_A - p_{B*} A_B = \frac{\rho \omega^2}{2\pi} (A_A^2 \kappa_1^2 - A_B^2 \kappa_2^2).$$

Останній доданок в (2) залежить від величини регульованого торцевого зазору (осьового положення ротора), тому він є регулюючим впливом. Тиск нагнітання p_1 і всмоктування p_e , а також частота обертання ω є зовнішніми впливами.

Площа A_A покривного диска зумовлена робочими параметрами насоса, тобто є заданою величиною, що не підлягає зміні. Надалі будемо використовувати її як базову при переході до безрозмірних площин, обмежимося також умовою $A_A > A_B$, тобто $A_1 > 0$. Рівність (2) розділимо почленно на $A_A p_n$, де p_n — номінальний тиск нагнітання ($p_n = p_{1n}$), і введемо позначення безрозмірних величин:

$$\bar{A}_1 = \frac{A_1}{A_A}, \bar{A}_2 = \frac{A_2}{A_A}, \bar{A}_e = \frac{A_e}{A_A}, \psi_1 = \frac{p_1}{p_n}, \psi_2 = \frac{p_2}{p_n}, \psi_e = \frac{p_e}{p_n}, \quad (4)$$

$$K_1 = \frac{\rho \omega_n^2}{2\pi A_A p_n} A_A^2 \kappa_1^2, K_2 = \frac{\rho \omega_n^2}{2\pi A_A p_n} A_B^2 \kappa_2^2, \Omega = \frac{\omega}{\omega_n}, u = \frac{z}{H_3}.$$

При цьому рівність (2) набуває вигляду

$$\frac{[\bar{A}_1 \psi_1 + \bar{A}_e \psi_e - (K_1 - K_2) \Omega^2]}{\bar{A}_2} = \psi_2, \quad (5)$$

де безрозмірний регулюючий вплив ψ_2 подано як реакцію на зовнішні збурення ψ_1, ψ_e, Ω . Щоб отримати статичну характеристику в безрозмірному вигляді, потрібно виразити ψ_2 через безрозмірний торцевий зазор $u = z/H_3$. Для цього скористаємося рівністю витрат $Q_2 = Q_3$ через

циліндричний і торцевий дроселі, що обмежують камеру з тиском p_2 . Для турбулентних режимів течії в сталому стані

$$Q_2 = g_2 \sqrt{p_1 - p_{B*} - p_2}, \quad Q_3 = g_3 \sqrt{p_2 - p_e}. \quad (6)$$

Провідності кільцевого, з відносним ексцентриситетом ε , і торцевого дроселів без урахування місцевих опорів мають вигляд [4]

$$g_2 = g_{2n} (1 + 0,19\varepsilon^2), \quad g_{2n} = \frac{4\pi R_3 H_2^{1,5}}{\sqrt{\lambda_2 \rho l_2}},$$

$$g_3 = g_{3n} u^{1,5}, \quad g_{3n} = \frac{4\pi R_4 H_3^{1,5}}{\sqrt{\lambda_3 \rho l_3}}, \quad (7)$$

де $\lambda_2 \approx 0,04$ і $\lambda_3 \approx 0,06$ — коефіцієнти опору тертя на автомодельних режимах турбулентної течії в циліндричних і торцевих каналах. За рівності квадратів витрат $Q_2^2 = Q_3^2$ знайдемо

$$\psi_2 = \frac{\alpha'_{23} (1 + 0,19\varepsilon^2)^2 (\psi_1 - \psi_{B*}) + u^3 \psi_e}{\alpha'_{23} (1 + 0,19\varepsilon^2)^2 + u^3}, \quad (8)$$

де

$$\alpha'_{23} = \frac{g_{2n}^2}{g_{3n}^2} = \frac{3R_3^2 l_3}{2R_4^2 l_2} \frac{H_2^3}{H_3^3}, \quad \alpha_{23} = \frac{g_2^2}{g_{3n}^2} = \alpha'_{23} (1 + 0,19\varepsilon^2)^2.$$

Похідна

$$\frac{\partial \psi_2}{\partial u} = - \frac{3u^2 \alpha'_{23} (1 + 0,19\varepsilon^2)^2}{\left[\alpha'_{23} (1 + 0,19\varepsilon^2)^2 + u^3 \right]^2} (\psi_1 - \psi_{B*} - \psi_e)$$

описує гідростатичну жорсткість розглянутого опорно-ущільнюючого вузла. Негативне значення жорсткості є ознакою стійкості рівноважного положення ротора. Порівнюючи (5) і (8), запишемо статичну характеристику:

$$u = \left\{ \alpha_{23} \frac{(\bar{A}_2 - \bar{A}_1) \psi_1 - \bar{A}_e \psi_e + (K_1 - K_2) \Omega^2 - \bar{A}_2 \psi_{B*}}{\bar{A}_1 \psi_1 - (\bar{A}_2 - \bar{A}_e) \psi_e - (K_1 - K_2) \Omega^2} \right\}^{1/3}.$$

Зменшення тиску ψ_{B*} по радіусу основного диска з врахуванням (2) і (4) виразимо через безрозмірну частоту обертання:

$$\psi_{B*} = K_2 \frac{A_A}{A_B} \Omega^2. \quad (9)$$

Використавши формулу (9), отримаємо остаточний вираз для статичної характеристики:

$$u = \left\{ \alpha'_{23} (1 + 0,19\varepsilon^2)^2 \frac{(\bar{A}_2 - \bar{A}_1) \psi_1 - \bar{A}_e \psi_e + (K_1 - K_2 - \bar{A}_2 K_2 \frac{A_A}{A_B}) \Omega^2}{\bar{A}_1 \psi_1 - (\bar{A}_2 - \bar{A}_e) \psi_e - (K_1 - K_2) \Omega^2} \right\}^{1/3}. \quad (10)$$

Формула (10) дозволяє побудувати залежність торцевого зазору від будь-якого з зовнішніх впливів, а також оцінити вплив на статичні характеристики незалежних безрозмірних параметрів.

Оцінимо витрати через переднє і задні щілинні ущільнення. Витрата через переднє ущільнення має вигляд

$$Q_1 = g_1 \sqrt{p_1 - p_e}, \quad g_1 \approx \frac{4\pi R_1 H_1^{1,5}}{\sqrt{\lambda_1 \rho l_1}}, \quad \lambda_1 \approx 0,04.$$

Витрата через опорно-ущільнювальний вузол визначається однією з формул (6) з урахуванням тиску в камері (8) і відносного зазору (10). Після застосування виразів (6) і (8) отримаємо

$$\bar{Q} = \left\{ \frac{\alpha_{23}}{\bar{A}_2} \left[(\bar{A}_2 - \bar{A}_1) \psi_1 - \bar{A}_e \psi_e + \left(K_1 - K_2 - \bar{A}_2 K_2 \frac{\bar{A}_A}{\bar{A}_B} \right) \Omega^2 \right] \right\}^{0,5}. \quad (11)$$

При номінальному значенні торцевого зазору ($z = z_n$, $u = 1$) запишемо

$$\bar{Q}(u=1) = \frac{\alpha_{23}}{1 + \alpha_{23}} \left(\psi_1 - \psi_e - K_2 \frac{A_A}{A_B} \Omega^2 \right). \quad (12)$$

Формулу (12) можна використати для попередньої оцінки витрат через канали опорно-ущільнюючого вузла.

На рис. 2 наведено безрозмірні залежності статичних та витратних характеристик торцевого зазору від тиску нагнітання, побудовані за формулами (10), (11) для трьох значень частоти обертання. Сумарні об'ємні втрати включають також незалежні від осевого положення ротора протікання через переднє ущільнення. При $\psi_1 = \Omega^2$, $\psi_e = \psi_{en} \Omega^2$ торцевий зазор і витрати не залежать від зовнішніх впливів і зберігають по-стійні значення.

Розрахунок вібраційних характеристик беззвального насоса. Розглянемо динаміку вільно плаваючого в щілинних ущільненнях робочого колеса консольного відцентрового насоса. Робоче колесо, або ротор (див. рис. 1), має три рівня свободи: робить спільні радіальні, кутові і осеві коливання. Зв'язок між радіальними і кутовими коливаннями обумовлено

Рис. 2. Статичні (а) та витратні (б) характеристики торцевого зазору

гідродинамічними моментами, що виникають в щільних ущільненнях. Радіальні і осьові коливання [5] пов'язані залежністю провідності кільцевих дроселів від ексцентриситету, тобто від радіального зсуву осі ротора щодо осі корпусу. Зазначені зв'язки достатньо слабкі: гідродинамічні моменти на порядок менше гідродинамічних сил [6,7], а вплив ексцентриситету на провідність (7) складає $0,19\varepsilon^2$ в порівнянні з одиницею. (Відносний ексцентриситет $\varepsilon = r/H < 1$, де H — середній радіальний зазор; r — радіальний зсув осі колеса.) Перекося вала (кутові коливання) ще менше впливають на провідність, на тиск в камері 8 (див. рис. 1) і на осьові коливання.

Слабкість зв'язків між узагальненими координатами дозволяє в першому наближенні розглядати осьові коливання під дією кінематичного збудження у вигляді заданих радіальних коливань [8, 9], а також досліджувати незалежні кутові коливання робочого колеса [10].

За умови рівноваги (2) сила, яка розкриває торцевий зазор, тобто діюча в напрямі осі Oz , має вигляд $F_z = A_2 p_2 + T_* - A_1 p_1 - A_e p_e$, а в безрозмірних змінних з урахуванням (3) і (4):

$$\frac{F_z}{A_A p_n} = \bar{A}_2 \psi_2 - \bar{A}_1 \psi_1 - \bar{A}_e \psi_e + (K_1 - K_2) \Omega^2.$$

Рівняння осьових коливань робочого колеса з системою урівноваження має наступний вигляд:

$$m\ddot{z} + c\dot{z} = F_z = A_2 p_2 + T_* - A_1 p_1 - A_e p_e,$$

або

$$T_1^2 \ddot{u} + 2\zeta T_1 \dot{u} = \psi_2 - \frac{A_A}{A_2} [\bar{A}_1 \psi_1 + \bar{A}_e \psi_e - (K_1 - K_2) \Omega^2], \quad (13)$$

де m — маса колеса; c — коефіцієнт зовнішнього демпфування; $u = z/z_n$ — безрозмірний торцевий зазор; z_n — його базове значення.

До рівняння (13) входить невідомий тиск в камері δ , який залежить від величини торцевого зазору і визначається за допомогою рівняння балансу витрат через елементи гідравлічного тракту системи врівноваження. В динаміці при осьових коливаннях колеса це рівняння, якщо знехтувати інерційними опорами, включає витрати витіснення і стиснення рідини в камері. З урахуванням (6) і (7) отримаємо нелінійне диференціальне рівняння першого порядку щодо невідомого p_2 :

$$g_{2n}(1+0,19\varepsilon^2)\sqrt{p_1-p_{B^*}-p_2} = g_{3n}u^{1,5}\sqrt{p_2-p_e} + A_2\dot{z} + \frac{V}{E}\dot{p}_2.$$

Лінеарізуємо його в околиці рівноважного положення, переходячи до рівняння в варіаціях:

$$\begin{aligned} \frac{V}{EQ_0}\delta\dot{p}_2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\Delta p_{20}} + \frac{1}{\Delta p_{c0}}\right)\delta p_2 = & -\frac{A_2z_n}{Q_0}\delta\dot{u} - \frac{3}{2u_0}\delta u + \\ & + \frac{1}{2\Delta p_{20}}(\delta p_1 - \delta p_{B^*}) + \frac{1}{2\Delta p_{c0}}\delta p_e + \varepsilon_c\delta\varepsilon, \end{aligned}$$

$$\Delta p_{20} = (p_1 - p_{B^*} - p_2)_0, \quad \Delta p_{c0} = (p_2 - p_e)_0, \quad \Delta p_{s0} = (p_1 - p_{B^*} - p_e)_0.$$

Перейдемо до безрозмірних тисків і введемо позначення постійних часу і коефіцієнтів передачі. В результаті отримаємо

$$T_2\dot{\psi}_2 + \psi_2 = -\kappa_s(\tau_2\dot{u} + u) + k_1\psi_1 + k_2\psi_e + k_3\varepsilon - k_4\Omega, \quad (14)$$

де

$$\begin{aligned} T_2 = \frac{2Vp_n}{EQ_0}\frac{\Delta\psi_{20}\Delta\psi_{c0}}{\Delta\psi_{s0}}; \quad \tau_2 = \frac{2A_2z_n}{3Q_0}, \quad \kappa_s = \frac{3\Delta\psi_{20}\Delta\psi_{c0}}{u_0\Delta\psi_{s0}}, \quad (15) \\ k_1 = \frac{\Delta\psi_{c0}}{\Delta\psi_{s0}}; \quad k_2 = \frac{\Delta\psi_{20}}{\Delta\psi_{s0}}; \quad k_3 = 2\varepsilon_c\frac{\Delta\psi_{20}\Delta\psi_{c0}}{\Delta\psi_{s0}}; \quad k_4 = 2\frac{A_A\Delta\psi_{c0}}{A_B\Delta\psi_{s0}}K_2\Omega_0. \end{aligned}$$

Запишемо рівняння (14) в операторній формі ($p \equiv d/dt$),

$$(T_2p + 1)\psi_2 = -\kappa_s(\tau_2p + 1)u + k_1\psi_1 + k_2\psi_e + k_3\varepsilon - k_4\Omega,$$

і визначимо регулюючий вплив:

$$\psi_2 = -\kappa_s\frac{M_2(p)}{D_2(p)}u + \frac{1}{D_2(p)}(k_1\psi_1 + k_2\psi_e + k_3\varepsilon - k_4\Omega), \quad (16)$$

де $D_2(p) = T_2 p + 1$ і $M_2(p) = \tau_2 p + 1$ — власний оператор регулятора і оператор впливу за помилкою.

Відношення реакції регулятора до впливу є передавальною функцією регулятора. Якщо вплив — гармонійна функція, то оператор диференціювання по часу замінюється уявним оператором $i\omega$,

$$\frac{\psi_2}{u} = -\kappa_s \frac{\tau_2 i\omega + 1}{T_2 i\omega + 1} = -\kappa_s [U_2(\omega) + i\omega V_2(\omega)] = W_2(i\omega),$$

$$U_2(\omega) = \frac{1 + T_2 \tau_2 \omega^2}{1 + T_2^2 \omega^2}, \quad V_2(\omega) = \frac{\tau_2 - T_2}{1 + T_2^2 \omega^2},$$

а передавальна функція стає частотною передавальною функцією або динамічною жорсткістю регулятора. У сталому стані $\omega = 0$ і $W_2(0) = -\kappa_s$, тобто динамічна жорсткість перетворюється в гідростатичну жорсткість системи. Речова частина U_2 характеризує власне жорсткість регулятора, а уявна V_2 — його внесок в демпфірування. За відсутності зовнішнього демпфірування $c = 0$ осьові коливання загасають, якщо $V_2 > 0$ або

$$\tau_2 > T_2. \quad (17)$$

Цю умову з деяким запасом на стабілізуючий ефект зовнішнього демпфірування можна розглядати як умову осьової стійкості ротора. Підставивши вираз (16) в рівняння (13), отримаємо рівняння руху системи робоче колесо — урівноважуючий пристрій. Після деяких перетворень запишемо

$$\begin{aligned} & \left[(T_1^2 p^2 + 2\zeta T_1 p)(T_2 p + 1) + \kappa_s \bar{A}_2 (\tau_2 p + 1) \right] u = [\bar{A}_2 k_1 - \bar{A}_1 (T_2 p + 1)] \psi_1 + \\ & + [\bar{A}_2 k_2 - \bar{A}_e (T_2 p + 1)] \psi_e + \bar{A}_2 k_3 \varepsilon - [\bar{A}_2 k_4 - 2(K_1 - K_2) \Omega_0 (T_2 p + 1)] \Omega, \end{aligned}$$

а згрупувавши члени за ступенями оператора диференціювання за часом, отримаємо остаточний вигляд рівняння системи:

$$\begin{aligned} & (a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3) u = \\ & = -\bar{A}_1 N_1(p) \psi_1 - \bar{A}_e N_e(p) \psi_e + \bar{A}_2 k_3 \varepsilon + 2(K_1 - K_2) \Omega_0 N_\omega(p) \Omega. \end{aligned} \quad (18)$$

Тут власний оператор і оператори впливів визначаються так:

$$\begin{aligned} D_0(p) &= a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3, \quad N_1(p) = T_2 p + 1 - k_1 A_2 / A_1, \\ N_e(p) &= T_2 p + 1 - k_2 A_2 / A_e, \quad N_\omega(p) = T_2 p + 1 - k_4 \bar{A}_2 / [2(K_1 - K_2) \Omega_0], \end{aligned} \quad (19)$$

де

$$a_0 = T_1^2 T_2, a_1 = T_1^2 + 2\zeta T_1 T_2, a_2 = 2\zeta T_1 + \kappa_s \bar{A}_2 \tau_2, a_3 = \kappa_s \bar{A}_2. \quad (20)$$

Амплітуди і фази гармонійних реакцій, тобто відношення реакцій до окремих гармонійних впливів, визначаються частотними передавальними функціями, які можна отримати, вводячи заміну в рівняння осьових коливань (18):

$$\begin{aligned} W_1(i\omega) &= \frac{u_1}{\bar{A}_1 \psi_1} = \frac{u_{1a}}{\bar{A}_1 \psi_{1a}} e^{i\phi_1} = \frac{N_1(i\omega)}{D_0(i\omega)}, \\ W_e(i\omega) &= \frac{u_{ea}}{\bar{A}_e \psi_{ea}} e^{i\phi_e} = \frac{N_e(i\omega)}{D_0(i\omega)}, \quad W_\varepsilon(i\omega) = \frac{u_{\varepsilon a}}{\bar{A}_2 \varepsilon_a} e^{i\phi_\varepsilon} = \frac{k_3}{D_0(i\omega)}. \end{aligned} \quad (21)$$

Виділимо речові і уявні частини у власному операторі і операторах впливів (19):

$$\begin{aligned} D_0 &= U_0 + i\omega V_0, \quad U_0(\omega) = a_3 - \omega^2 a_1, \quad V_0(\omega) = a_2 - \omega^2 a_0, \\ N_1 &= U_1 + i\omega V_1, \quad U_1 = 1 - k_1 A_2 / A_1, \quad V_1 = T_2, \\ N_e &= U_e + i\omega V_e, \quad U_e = 1 - k_2 A_2 / A_e, \quad V_e = T_2, \quad N_\varepsilon = U_\varepsilon = k_3, \quad V_\varepsilon = 0. \end{aligned}$$

Підставивши ці вирази в формули (21), отримаємо частотні передавальні функції у вигляді комплексних чисел:

$$W_1(i\omega) = \frac{U_1 + i\omega V_1}{U_0 + i\omega V_0} = \frac{u_{1a}}{\bar{A}_1 \psi_{1a}} e^{i\phi_1} = B_1(\omega) e^{i\phi_1(\omega)}, \quad (22)$$

де $B_1(\omega) = u_{1a} / \bar{A}_1 \psi_{1a} = |W_1(i\omega)|$; $\phi_1(\omega) = \arg W_1(i\omega)$ — амплітудна і фазова частотні характеристики впливу ψ_1 . Розділимо у (22) речову і уявну частини:

$$W_1 = \frac{U_1 + i\omega V_1}{U_0 + i\omega V_0} = \frac{U_0 U_1 + \omega^2 V_0 V_1}{U_0^2 + \omega^2 V_0^2} + i\omega \frac{(U_0 V_1 - U_1 V_0)}{U_0^2 + \omega^2 V_0^2}.$$

Тепер амплітуда і фаза W_1 набувають вигляду

$$B_1(\omega) = \frac{u_{1a}}{\bar{A}_1 \psi_{1a}} = \sqrt{\frac{U_1^2 + \omega^2 V_1^2}{U_0^2 + \omega^2 V_0^2}}, \quad \phi_1(\omega) = \arctg \omega \frac{U_0 V_1 - U_1 V_0}{U_0 U_1 + \omega^2 V_0 V_1}.$$

Визначимо частотні характеристики по впливах ψ_e, ε :

$$B_e(\omega) = \frac{u_{ea}}{\bar{A}_e \psi_{ea}} = \sqrt{\frac{U_e^2 + \omega^2 V_e^2}{U_0^2 + \omega^2 V_0^2}}, \quad \phi_e(\omega) = \arctg \omega \frac{U_0 V_e - U_e V_0}{U_0 U_e + \omega^2 V_0 V_e},$$

$$B_{\varepsilon}(\omega) = \frac{u_{\varepsilon a}}{A_2 \varepsilon_a} = \frac{k_3}{\sqrt{U_0^2 + \omega^2 V_0^2}}, \quad \phi_{\varepsilon}(\omega) = -\arctg \omega \frac{V_0}{U_0}.$$

За частотними характеристиками можна визначити критичні частоти обертання ротора: їм відповідають частоти, на яких амплітуди досягають максимуму, а фази змінюються на 180° . За критерієм Рауса—Гурвіца для стійкості системи третього порядку необхідно і достатньо, щоб коефіцієнти власного оператора (19) задовольняли нерівності $a_1 a_2 > a_0 a_3$. Підставивши значення коефіцієнтів (20), запишемо умову стійкості у вигляді

$$(2\zeta)^2 + \left(\frac{T_1}{T_2} + \kappa_s \bar{A}_2 \frac{T_2}{T_1} \frac{\tau_2}{T_2} \right) 2\zeta + \kappa_s \bar{A}_2 \left(\frac{\tau_2}{T_2} - 1 \right) > 0. \quad (23)$$

Якщо постійна часу витіснення більше постійної часу стиснення, $\tau_2 > T_2$, то нерівність (23) виконується при будь-яких значеннях показника загасання ζ , включаючи $\zeta = 0$. Цей результат збігається з наближеною умовою (17). Використовуючи значення постійних (15), отримаємо

$$\frac{A_2 z_0}{3} > \frac{V p_n}{E} \frac{\Delta \psi_{20} \Delta \psi_{c0}}{\Delta \psi_{s0}}.$$

Зазвичай об'єм камери $V = A_2 H$, де H — її глибина. Тому в першому наближенні умова осової стійкості зводиться до нерівності

$$H < \frac{E z_0}{3 p_n} \frac{\Delta \psi_{s0}}{\Delta \psi_{20} \Delta \psi_{c0}}. \quad (24)$$

Оскільки глибина камери є незалежним параметром і легко піддається конструктивним змінам, умову (24) можна використовувати для забезпечення стійкості насоса при проектуванні. Вплив інших параметрів можна оцінювати, користуючись нерівністю (23).

Висновки

Статичні характеристики свідчать про те, що при збільшенні тиску нагнітання торцевий зазор зменшується, а при зростанні частоти обертання — збільшується. Викладена методика дозволяє вибрати геометричні параметри щілинних дроселів так, щоб на номінальному режимі торцевий зазор зберігав необхідне, наперед задане значення. Для режиму дросельного регулювання формула (10) дозволяє на стадії проектування вибрати геометричні параметри так, щоб в робочому діапазоні значення торцевого зазору не виходило за допустимі межі. У разі, коли тиск на вході і

тиск на виході пропорційні квадрату частоти обертання ротора, торцевий зазор зберігає постійне значення. Витрати через гідравлічний тракт вузла врівноваження не суттєво залежать від тиску нагнітання і збільшуються при зростанні частоти обертання.

Кутові коливання вільно плаваючого в щілинних ущільненнях робочого колеса можна розглядати як незалежні коливання. Гідродинамічні моменти в щілинних ущільненнях і, перш за все, гіроскопічний момент робочого колеса забезпечують підвищення жорсткості ротора щодо його кутових коливань. Тому зазвичай критичних швидкостей кутових коливань не існує. Основним дестабілізуючим фактором є циркуляційний гідродинамічний момент, пропорційний середній по товщині зазору окружній швидкості рідини. Подібні опорно-врівноважуючі пристрої можуть успішно використовуватися і в багатоступеневих відцентрових насосах.

В цілому наведений аналіз динаміки безвального консольного насоса з комбінованим опорно- врівноважуючим і ущільнюючим вузлом свідчить про те, що насос має достатній запас вібронадійності, що підвищує експлуатаційну безпеку насосного обладнання АЕС. Предметом більш глибокого аналізу повинні стати спільні радіальні, кутові і осьові коливання робочого колеса як вільного твердого тіла, навантаженого складною системою гідродинамічних сил.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. *Горовой С.А.* Разработка и исследование конструкций безвальных центробежных насосов // Труды УИИ Международной научн.-техн. конференции «Насосы-96», Т. 2. Сумы: Ризоцентр СумГУ, 1996, с. 232—241.
2. *Kundera Cz., Martsinkovsky V.A.* Static and dynamic analysis of a pump impeller with a balancing device. Part 1: Static analysis. // *Int. J. of Applied Mechanics and Engineering*, 2014, vol. 19, No. 3, pp. 609—619.
3. *Jędral W.* Pompy wirowe. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 2001, 404 s.
4. *Марцинковский В.А.* Бесконтактные уплотнения роторных машин. М.: Машиностроение, 1980, 200 с.
5. *Марцинковский В.А., Шевченко С.С.* Насосы атомных электростанций: расчет, конструирование, эксплуатация / Под общ. ред. С.С. Шевченко. Сумы: Университетская книга, 2018, 472 с.
6. *Marcinkowski W., Kundera Cz.* Teoria konstrukcji uszczelnien bezstykowych. Kielce: Wyd-wo Politechniki Świętokrzyskiej, 2008, 443s.
7. *Martsinkovsky V., Zhulyov A., Kundera Cz.* Static and dynamic analysis of a pump impeller with a balancing device. Part 11: Dynamic analysis // *Int. J. of Applied Mechanics and Engineering*, 2014, vol. 19, No. 3, pp. 621—631.
8. *Marcinkowski W., Korczak A.* Szczeliny tarczy odciążającej napór osiowy i ich wpływ na dynamikę zespołu wirującego pompy odśrodkowej wielostopniowej // *Proc. X Int. Conf. «Seals and Sealing Technology in Machines and Devices»*. Wrocław, SIMP, 2004, s. 318—328.

9. Gudkow S., Marcinkowski W., Korczak A., Kundera Cz. Pompa odśrodkowa z wirnikiem łożyskowanym w szczelinach uszczelniających // Proc. XIII Int. Scientific Technical Conf. «Seals and Sealing Technology of Machines and Devices». Wrocław, SIMP, 2013, s. 178—187.
10. Марцинковский В.А. Динамика роторов центробежных машин. Сумы: Изд-во СумГУ, 2012, 562 с.

Отримано 27.10.2020

REFERENCES

1. Gorovoy, S.A. (1996), “Development and research of designs of shaftless centrifugal pumps”, *Proceedings of the VIII International Sci. conf. PUMPS-96*, Vol. 2, pp. 232-241, Sumy, Rizocentr SSU.
2. Kundera, Cz. and Martsinkovsky, V.A. (2014), “Static and dynamic analysis of a pump impeller with a balancing device. Part 1: Static analysis”, *Int. J. of Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 19, No. 3, pp. 609-619.
3. Jędral, W. (2001), *Pompy wirowe* [Rotodynamic Pumps], Wydawnictwo Naukowe PWN, Warsaw, Poland.
4. Martsinkovsky, V.A. (1980), *Beskontaknyye uplotneniya rotornykh mashin* [Non-contact seals for rotary machines], Mashinostroyeniye, Moscow, USSR.
5. Martsinkovsky, V.A. and Shevchenko, S.S. (2018), *Nasosy atomnykh elektrostantsiy: raschet, konstruirovaniye, ekspluatatsiya* [Pumps of nuclear power plants: calculation, design, operation], Universitetskaya kniga, Sumy, Ukraine.
6. Marcinkowski, W. and Kundera, Cz. (2008), *Teoria konstrukcji uszczelnien bezstykowych* [Theory of construction of non-contact sealing], Wyd-wo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce, Poland.
7. Martsinkovsky, V., Zhulyov, A. and Kundera, Cz. (2014), “Static and dynamic analysis of a pump impeller with a balancing device. Part 11: Dynamic analysis”, *Int. J. of Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 19, No. 3, pp. 621-631.
8. Marcinkowski, W. and Korczak, A. (2004), “Szczeliny tarczy odciążającej napór osiowy i ich wpływ na dynamikę zespołu wirującego pompy odśrodkowej wielostopniowej”, *Proc. X Int. Conf. Seals and Sealing Technology in Machines and Devices*, Wrocław, SIMP, 2004, pp. 318-328.
9. Gudkow, S., Marcinkowski, W., Korczak, A. and Kundera, Cz. (2013), “Pompa odśrodkowa z wirnikiem łożyskowanym w szczelinach uszczelniających”, *Proc. XIII Int. Scientific Technical Conference. Seals and Sealing Technology of Machines and Devices*, Wrocław, SIMP, pp. 178-187.
10. Martsinkovsky, V.A. (2012), *Dinamika rotorov tsentrobezhnykh mashin* [Dynamics of rotors of centrifugal machines], Izdatelstvo SumGU, Sumy, Ukraine.

Received 27.10.2020

S.S. Shevchenko

MATHEMATICAL MODEL AND CALCULATION METHOD OF A SHAFTLESS PUMP WITH SEALS-BEARINGS

Groove seals, in addition to their main purpose, which is to limit the crossflows between cavities with different pressures, can be used as rotor supports. An example of the use of groove seals as supports are shaftless pumps. A model of a shaftless pump has been constructed, demonstrating its advantages, which are the absence of contacts between a rotating impeller and a stationary casing. The static and flow characteristics of the pump with seals-bearings has been

built. An analysis of the dynamics of a shaftless cradle-mounted pump with a combined support-balancing and sealing unit was carried out, which showed that the pump has a sufficient margin of vibration reliability.

Keywords: seals-bearings, shaftless pump, static computation, vibration characteristics.

ШЕВЧЕНКО Сергій Станіславович, канд. техн. наук, докторант, Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України. У 1984 р. закінчив Сумську філію Харківського політехнічного інституту. Область наукових досліджень — моделювання ущільнюючих систем, проблеми гермомеханіки з використанням досягнень трибомеханіки, теорії пружності, теорії коливань, гідрогазодинаміки, теорії оптимізації гідродинамічних систем.

ШЕВЧЕНКО Олександр Сергійович, аспірант Сумського держуніверситету. У 2008 р. закінчив Університет Варвіка, Великобританія. Область наукових досліджень — технології захисту навколишнього середовища, герметизація і її вплив на захист навколишнього середовища.