DOI: <https://doi.org/10.15407/emodel.43.02.019>
УДК 536.24

Ю.М. Мацевитий, акад. НАН України, **М.О. Сафонов**, канд. фіз.-мат. наук
Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України
Україна, 61046, Харків, вул. Дм. Пожарського, 2/10,
тел. 3494802, e-mail: matsevit@ipmach.kharkov.ua;
тел. 3494751, e-mail: nicksaf@meta.ua,

І.В. Гроза

Харківська міська рада
Україна, Харків, вул. Валентинівська, 40 А,
тел. 7251620, e-mail: enaiv@mail.ru

Методика ідентифікації потужності джерела теплової енергії, основана на розв'язанні внутрішньої оберненої задачі теплопровідності

Запропоновано підхід до вирішення внутрішньої оберненої задачі теплопровідності (ОЗТ) на основі використання принципу регуляризації Тихонова та методу функцій впливу. Потужність джерела енергії подано у вигляді лінійної комбінації сплайнів Шьонберга першого порядку, а температуру — у вигляді лінійної комбінації функцій впливу. Метод функцій впливу дає можливість використовувати один і той же вектор невідомих коефіцієнтів для джерел енергії та температури. Невідомі коефіцієнти визначено за допомогою розв'язання системи рівнянь, яка є наслідком необхідної умови мінімуму функціонала Тихонова з ефективним алгоритмом пошуку параметра регуляризації, використання якого дає можливість одержати сталий розв'язок ОЗТ. Для регуляризації розв'язку ОЗТ в цьому функціоналі використовується також стабілізуючий функціонал з параметром регуляризації як мультиплікативним множником. Наведено обчислювальні результати ідентифікації потужності теплової енергії по температурі, яка вимірюється з похибкою, що характеризується випадковою величиною, розподіленою за нормальним законом.

К л ю ч о в і с л о в а: обернена задача, функції впливу, ідентифікація, регуляризація, функціонал.

Ідентифікація параметрів математичних моделей теплових процесів за допомогою розв'язання обернених задач теплопровідності (ОЗТ) є важливим етапом забезпечення адекватності цих моделей при наявності експериментальної інформації про досліджуваний процес. При цьому, на відміну від вирішення прямих задач, визначаються причини за наслідка-

© Мацевитий Ю.М., Сафонов М.О., Гроза І.В., 2021

ми, відомими з теплофізичного експерименту, або за значеннями температури, отриманими при вирішенні прямої задачі.

Розглянемо визначення потужності джерела теплової енергії в тілі за вимірюваннями температури в одній або декількох внутрішніх точках за певних умов однозначності на його межах. Ця задача, як і будь-яка ОЗТ, через порушення причинно-наслідкового зв'язку є некоректною за Адамаром, тобто вона не має однозначного розв'язку або її розв'язок нестійкий. Це означає, що при мінімальній зміні вихідних даних розв'язок може суттєво відрізнятись від точного. Для вирішення такої некоректної задачі її або зводять до умовно-коректної, або залишають некоректною, але застосовують один з методів регуляризації [1—18].

Обернена задача теплопровідності, що розглядається, може бути формалізована так:

$$A[F(M)] = T^{\text{ек}}.$$

Тут A — оператор, який пов'язує шукані залежності з заданою температурою $T^{\text{ек}}$, котра в більшості випадків відома з експерименту (вихідні дані), $T^{\text{ек}} = T(M)$; $F(M)$ — шукана функція, яка являє собою потужність джерела тепла і залежить від просторових координат; M — точка простору, в якому перебуває досліджуване тіло.

Постановка задачі. Розглянемо однорідну та ізотропну стінку товщиною l з постійним коефіцієнтом теплопровідності λ і з розподіленим джерелом тепла. На зовнішніх поверхнях стінки задано теплообмін. Процес поширення тепла в цьому випадку описується наступною математичною моделлю:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + F(x) = 0, \quad 0 < x < l, \quad (1)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_0 (T - T_0), \quad x = 0, \quad (2)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_l (T - T_l), \quad x = l, \quad (3)$$

де T — температура в стінці; T_0 і T_l — температури середовища; α_0, α_l — коефіцієнти тепловіддачі відповідно при $x = 0$ і $x = l$; $F(x)$ — потужність джерела тепла. Необхідно знайти потужність джерела тепла $F(x)$ за відомою експериментально виміряною температурою:

$$T(x_k) = T_k^{\text{ек}}, \quad k = \overline{1, m}, \quad (4)$$

де $T_k^{\text{ек}}$ отримано з похибкою, яка є випадковою величиною, розподіленою за нормальним законом з нульовим математичним очікуванням і відомою дисперсією; m — кількість вимірювань.

При вирішенні ОЗТ велике значення має обчислювальний експеримент, в якому важливу роль відіграють попередні розв'язки модельної задачі, коли вимірювання виконують при вирішенні відповідної прямої задачі з додаванням деякої випадкової величини.

Функції впливу. Якщо потужність джерела енергії подати у вигляді лінійної комбінації

$$F(x) = \sum_{k=0}^n F_k \phi_k(x), \quad (5)$$

де $\phi_k(x)$ — лінійні сплайни Шьонберга [19]; F_k , $k = \overline{0, n}$, — вектор шуканих коефіцієнтів, то ідентифікація потужності джерела енергії $F(x)$ зводиться до визначення цих коефіцієнтів.

Дотримуючись [2] і враховуючи (5), подамо температуру T в наступному вигляді:

$$T(x) = \theta(x) + \sum_{k=0}^n F_k W_k(x), \quad (6)$$

де температура $\theta(x)$ є розв'язком задачі теплопровідності,

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) = 0, \quad 0 < x < l, \quad (7)$$

$$\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} = \alpha_0 (\theta - T_0), \quad x = 0, \quad (8)$$

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} = \alpha_l (\theta - T_l), \quad x = l, \quad (9)$$

а функції впливу $W_k(x)$, $k = \overline{0, n}$, визначаються при вирішенні задач

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial W_k}{\partial x} \right) + \phi_k(x) = 0, \quad 0 < x < l, \quad (10)$$

$$\lambda \frac{\partial W_k}{\partial x} = \alpha_0 W_k, \quad x = 0, \quad (11)$$

$$-\lambda \frac{\partial W_k}{\partial x} = \alpha_l W_k, \quad x = l. \quad (12)$$

Отже, задача (1)—(3) трансформувалась в $n+1$ задач для функцій впливу $W_k(x)$, $k = 0, n$, (10)—(12) та задачу для температури θ (7)—(9), яка враховує неоднорідності у граничних умовах вихідної задачі.

Регуляризуючий алгоритм вирішення внутрішньої ОЗТ. Для вирішення внутрішньої ОЗТ відповідно принципу регуляризації Тихонова [5] мінімізується функціонал

$$J = \int_0^l \left[T(x) - T^{\text{ек}}(x) \right]^2 dx + \xi \Omega[F(x)] + \xi \Delta[F(0), F(l)], \quad (13)$$

де $T(x)$ — розрахункова температура; $T^{\text{ек}}(x)$ — температура, отримана в результаті теплофізичного експерименту; ξ — параметр регуляризації; $\Omega[F(x)]$ — стабілізуючий функціонал; $\Delta[F(0), F(l)]$ — квадратичний функціонал, що являє собою відхил розрахункових значень потужності енергії на поверхнях стінки від апріорно заданих її значень у цих же точках [20], за допомогою якого реалізується сформульована в [3, 21] умова отримання стійкого розв'язку ОЗТ з використанням заздалегідь відомої інформації про шукані параметри.

Якщо стабілізуючий функціонал подати у вигляді

$$\Omega[F(x)] = \int_0^l \left[F^2(x) + \left(\frac{\partial F(x)}{\partial x} \right)^2 \right] dx, \quad (14)$$

а квадратичний функціонал у вигляді

$$\Delta[F(x)] = V_0[F(0) - f_0]^2 + V_l[F(l) - f_l]^2, \quad (15)$$

де V_0, V_l — вагові множники, котрі узгоджуються з точністю відомих значень шуканої величини f_0, f_l , то, підставивши в (13)—(15) вирази (5) и (6),

$$J(F_0, F_1, \dots, F_n) = \int_0^l \left[\theta(x) + \sum_{k=0}^n F_k W_k(x) - T^{\text{ек}}(x) \right]^2 dx + \\ + \xi \int_0^l \left\{ \left[\sum_{k=0}^n F_k \phi_k(x) \right]^2 + \left[\sum_{k=0}^n F_k \phi'_k(x) \right]^2 \right\} dx + \xi V_0[F_0 - f_0]^2 + \xi V_l[F_l - f_l]^2,$$

та скориставшись необхідною умовою мінімуму $\frac{\partial J}{\partial F_s} = 0$, $s = \overline{0, n}$, отри-

Графіки потужності розподіленого джерела енергії при вирішенні прямої задачі (суцільна крива) і ОЗТ (штрихова крива) при $m = 100$ та похибці вимірювання температури: a — $\delta = 0,01$; $б$ — $\delta = 0,03$; $в$ — $\delta = 0,05$

маємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{k=0}^n F_k \left[\int_0^l W_k W_s dx + \xi \int_0^l \phi_k \phi_s dx + \xi \int_0^l \frac{\partial \phi_k}{\partial x} \frac{\partial \phi_s}{\partial x} dx \right] + \xi F_0 V_0 + \xi F_l V_l =$$

$$= \int_0^l \left[T^{ек} - \theta \right] W_s dx + \xi f_0 V_0 + \xi f_l V_l, \quad s = \overline{0, n}. \quad (16)$$

У системі (16) перший інтеграл правої частини обчислено наближено, тому що підінтегральний вираз задано дискретно (4). Інтеграл у лівій частині від добутку функцій впливу також обчислювався наближено, то-

му що для цього вирішувалась система крайових задач (10)—(12) за допомогою методу скінченних елементів. Параметр регуляризації ξ , який входить в (16), визначався методом половинного ділення [22—24].

Чисельна реалізація. Обернена задача (1)—(4) вирішувалась для наступних вихідних даних: $\lambda = 50 \text{ Вт/м} \cdot \text{град}$, $\alpha_0 = 75 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$, $T_0 = 10^\circ \text{C}$, $\alpha_l = 50 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$, $T_l = 25,0^\circ \text{C}$. Значення температури (4) одержано через вирішення прямої задачі (1)—(3) з розподіленням по ширині стінки джерелом тепла у вигляді полінома третього ступеня $F(x) = (323,333x^3 + 2460x^2 - 5606,666x + 3460) \text{ Вт/м}^3$, тобто вирішувалась тестова обернена задача.

На рисунку наведено графіки заданої та ідентифікованої потужності розподіленого джерела енергії при різному рівні збурень вихідних даних. При цьому задану температуру визначено через вирішення прямої задачі (1)—(3) $T_k^{\text{ек}} = T(x_k)(1 + \delta\zeta)$, $k = \overline{1, m}$, де ζ — випадкова величина з нульовим математичним очікуванням та одиничною дисперсією. Результати ідентифікації отримано при наступних параметрах обчислювального процесу: $n = 50$, $m = 100$, $V_0 = V_l = 10^6$.

Кількість кроків p ітераційного процесу при визначенні параметра регуляризації залежала від похибки виміряної температури: при $\delta = 0,01$ $p = 17$, $\xi = 7,629 \cdot 10^{-6}$; при $\delta = 0,03$ $p = 16$, $\xi = 1,525 \cdot 10^{-5}$; при $\delta = 0,05$ $p = 21$, $\xi = 6,1 \cdot 10^{-5}$. Після закінчення цього процесу було обчислено середньоквадратичні відхили розрахункової температури від температури, отриманої в результаті експерименту,

$$\varepsilon^{\text{ек}} = \sqrt{\frac{1}{(m+1)} \sum_{k=0}^m [T(x_k) - T_k^{\text{ек}}]^2},$$

і від температури, виміряної без похибки, тобто при $\delta = 0$:

$$\varepsilon_0 = \sqrt{\frac{1}{(m+1)} \sum_{k=0}^m [T(x_k) - T_k^0]^2}.$$

В результаті обчислювального експерименту одержано наступні величини: при $\delta = 0,01$ $\varepsilon^{\text{ек}} = 0,314$, $\varepsilon_0 = 0,167$; при $\delta = 0,03$ $\varepsilon^{\text{ек}} = 0,914$, $\varepsilon_0 = 0,367$; при $\delta = 0,05$ $\varepsilon^{\text{ек}} = 1,478$, $\varepsilon_0 = 0,555$.

Висновки

Описаний підхід спільного використання регуляризуючого алгоритму Тихонова з методом функцій впливу дозволяє ідентифікувати потужність джерела енергії при певній похибці вимірювання температури. До його переваг слід віднести наступне: слабку чутливість до похибок вимірювань, можливість використання експериментальної інформації як від одного, так і від декількох датчиків, можливість застосування для неоднорідних середовищ. Проведені дослідження при різних значеннях δ засвідчили, що, чим більша похибка вимірювань температури, тим більше відрізняється ідентифікована потужність джерела тепла від заданої, а середньоквадратичні відхилення значень $\varepsilon^{\text{ек}}$, ε_0 свідчать про те, що розрахункова температура на останній ітерації ближче до температури при $\delta = 0$, ніж до температури при $\delta > 0$.

Розроблений метод вирішення ОЗТ може бути успішно застосований при наявності апіорної інформації про шукані функції і при ідентифікації інших параметрів математичних моделей.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бек Дж., Блаквелл Б., Сент-Клер Ч. (мл.) Некорректные обратные задачи теплопроводности. М.: Мир, 1989. 312 с.
2. Мацевитый Ю.М. Обратные задачи теплопроводности: в 2-х т. Киев: Наук. думка, 2002. Т. 1: Методология. 408 с.; 2003, Т. 2: Приложения, 392 с.
3. Коздоба Л.А., Круковский П.Г. Методы решения обратных задач теплопереноса. Киев: Наук. думка, 1982, 360 с.
4. Алифанов О.М., Артюхин Е.А., Румянцев С.В. Экстремальные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1988, 288 с.
5. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979, 288 с.
6. Мацевитый Ю.М., Слесаренко А.П. Некорректные многопараметрические задачи теплопроводности и регионально-структурная регуляризация их решений. Киев: Наук. думка, 2014, 292 с.
7. Гамзаев Х.М. Алгоритм определения траектории движения источника тепла вдоль нагреваемого однородного стержня// Електрон. моделювання, 2020. **42**, № 1, с. 25—32. <https://doi.org/10.15407/emodel42.01.025>.
8. Гусейнзаде С.О. Восстановление давления на границе пласта на основе решения обратной задачи// Електрон. моделювання, 2018, **40**, № 4, с. 19—28. <https://doi.org/10.15407/emodel40.04.019>.
9. Иванов В.К., Васин В.В., Танака В.П. Теория линейных некорректных задач и её приложения. М.: Наука, 1978, 208 с.
10. Ватульян А.О. Обратные задачи в механике деформируемого твёрдого тела. М.: Физматлит, 2007, 223 с.
11. Сергиенко И.В., Дейнека В.С. Системный анализ многокомпонентных распределённых систем. Киев: Наук. думка, 2009, 639 с.
12. Денисов А.М. Введение в теорию обратных задач. М.: Изд-во МГУ, 1994, 207 с.

13. Романов В.Г. Обратные задачи математической физики. М.: Наука, 1984, 261 с.
14. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск: Сибирское научное изд-во, 2009, 457 с.
15. Викулов А.Г., Ненарокомов А.В. Идентификация математических моделей теплообмена в космических аппаратах // Инженерно-физический журнал, 2019, **92**, № 1, с. 32—44.
16. Головин Д.Ю., Дивин А.Г., Самодуров А.А. и др. Новый экспресс-способ определения коэффициента температуропроводности материалов и готовых изделий // Там же, 2020, **93**, № 1, с. 240—247.
17. Ненарокомов А.В., Чебаков Е.В., Крайнова И.В. и др. Геометрические обратные задачи радиационного теплообмена применительно к разработке резервных систем ориентации космических аппаратов // Там же, 2019, **92**, № 4, с. 979—987.
18. Миханек А.А., Горанов В.А., Дедю В.А. Определение толщины слоя белка на поверхности полидисперсных наночастиц по распределению их концентрации вдоль измерительного канала // Там же, 2019, **92**, № 1, с. 21—32.
19. Алберг Дж., Нильсон Э., Уолш Дж. Теория сплайнов и её приложения. М.: Мир, 1972, 319 с.
20. Мацевитый Ю.М., Ганчин В.В. Многопараметрическая идентификация теплофизических характеристик путем решения внутренней обратной задачи теплопроводности // Проблемы машиностроения, 2020, **23**, № 2, с. 14—20. <https://doi.org/10.15407/pmach2020.02.014>
21. Мацевитый Ю.М., Лушпенко С.Ф. Идентификация теплофизических свойств твердых тел. Киев: Наук. думка, 1990, 216 с.
22. Мацевитый Ю.М., Сафонов Н.А., Ганчин В.В. К решению нелинейных обратных граничных задач теплопроводности // Проблемы машиностроения, 2016, **19**, № 1, с. 28—36. <https://doi.org/10.15407/pmach2016.01.028>
23. Мацевитый Ю.М., Сиренко В.Н., Костиков А.О. и др. Методика идентификации нестационарных тепловых процессов в многослойных конструкциях // Космічна наука і технологія, 2020, **26**, № 1(122), с. 79—89. <https://doi.org/10.15407/knit2020.01.079>
24. Мацевитый Ю.М., Костиков А.О., Сафонов Н.А., Ганчин В.В. К решению нестационарных нелинейных граничных задач теплопроводности // Проблемы машиностроения, 2017, **20**, № 1—2, с. 34—45. <https://doi.org/10.15407/pmach2017.02.022>

Отримано 05.02.21

REFERENCES

1. Beck, J.V., Blackwell, B. and St. Clair, C.R., jr. (1985), Inverse heat conduction. Ill-posed problems, J Wiley & Sons, NY, USA. URL: <https://doi.org/10.1002/zamm.19870670331>.
2. Matsevytyi, Yu.M. (2002), Inverse heat conduction problems: in 2 vols. Vol. 1. Metodologiya, Naukova dumka, Kyiv, Ukraine.
3. Kozdoba, L.A. and Krukovskiy, P.G. (1982), *Metody resheniya obratnykh zadach teploperenosu* [Methods for solving inverse heat transfer problems], Naukova dumka, Kyiv, Ukraine.
4. Alifanov, O.M., Artyukhin, Ye.A. and Rumyantsev, S.V. (1988), *Ekstremalnyye metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Extreme methods for solving ill-posed problems], Nauka, Moscow, Russia.
5. Tikhonov, A.N. and Arsenin, V.Ya. (1979), *Metody resheniya nekorrektnykh zadach*. [Methods for solving ill-posed problems], Nauka, Moscow, Russia.
6. Matsevytyi, Yu.M. and Slesarenko, A.P. (2014), *Nekorrektnyye mnogoparametricheskiye zadachi teploprovodnosti i regionalno-strukturnaya regularizatsiya ikh resheniy* [Incor-

- rect multi-parameter heat conduction problems and regional structural regularization their solutions], Naukova dumka, Kyiv, Ukraine.
7. Khamzaev, Kh.M. (2020), "Algorithm for determining the trajectory of the heat source along the heated homogeneous rod", *Elektronnoye modelirovaniye*, Vol. 42, no. 1, pp. 25–32. URL: <https://doi.org/10.15407/emodel42.01.025>.
8. Guseynzade, S.O. (2018), "Pressure recovery at the reservoir boundary based on the solution of the inverse problem", *Elektronnoye modelirovaniye*, Vol. 40, no. 4, pp. 19–28. URL: <https://doi.org/10.15407/emodel40.04.019>.
9. Ivanov, V.K., Vasin V.V. and Tanaka V.P. (1978), *Teoriya lineynykh nekorrektnykh zadach i yeye prilozhniya* [Theory of linear ill-posed problems and its applications], Nauka, Moscow, Russia.
10. Vatulyan, A.O. (2007), *Obratnye zadachi v mekhanike deformiruemogo tvyordogo tela* [Inverse problems in mechanics of deformable solids], Fizmatlit, Moscow, Russia.
11. Sergienko, I.V. and Deyneka, V.S. (2009), *Sistemnyi analiz mnogokomponentnykh raspredelennykh system* [System analysis of multicomponent distributed systems], Naukova dumka, Kyiv, Ukraine.
12. Denisov, A.M. (1994), *Vvedeniye v teoriyu obratnykh zadach* [Introduction to the theory of inverse problems], Izdatelstvo MGU, Moscow, Russia.
13. Romanov, V.G. (1984), *Obratnye zadachi matematicheskoi fiziki* [Inverse problems of mathematical physics], Nauka, Moscow, Russia.
14. Kabanikhin, S.I. (2009), *Obratnye i nekorrektnye zadachi* [Inverse and ill-posed problems], Sibirskoye nauchnoye izdatelstvo, Novosibirsk, Russia.
15. Vikulov, A.G. and Nenarokomov, A.V. (2019), "Identification of mathematical models of heat transfer in spacecraft", *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*, Vol. 92, no. 1, pp. 32–44.
16. Golovin, D.Yu., Divin, A.G., Samodurov, A.A., Turin, A.I. and Golovin, Yu.I. (2020), "New express method for determining the thermal diffusivity of materials and finished products", *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*, Vol. 93, no. 1, pp. 240–247.
17. Nenarokomov, A.V., Chebakov, E.V., Krainova, I.V., Morzhukhina, A.V., Reviznikov, D.L. and Titov, D.M. (2019), "Geometric inverse problems of radiation heat transfer as applied to the development of backup attitude control systems for spacecraft", *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*, Vol. 92, no. 4, pp. 979–987.
18. Machanyek, A.A., Goranov, V.A. and Dedyu, V.A. (2019), "Determination of the thickness of the protein layer on the surface of polydisperse nanoparticles from the distribution of their concentration along the measuring channel", *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*, Vol. 92, no. 1, pp. 21–32.
19. Ahlberg, J.H., Nilson, E.N. and Walsh, J.L. (1967), *The theory of splines and their applications*, Academic Press. URL: <https://doi.org/10.1002/zamm.19700500646>.
20. Matsevytyi, Yu.M. and Hanchin, V.V. (2020), "Multiparametric identification of several thermophysical characteristics by solving the internal inverse heat conduction problem", *Problemy mashinostroeniya*, Vol. 23, no 2, pp. 14–20. URL: <https://doi.org/10.15407/pmach2020.02.014>.
21. Matsevytyi, Yu.M. and Lushpenko, S.F. (1990), *Identifikatsiya teplofizicheskikh svoystv tverdykh materialov* [Identification of thermophysical properties of solid materials], Naukova dumka, Kyiv, Ukraine.
22. Matsevytyi, Yu.M., Safonov, N.A. and Hanchin, V.V. (2016), "On the solution of nonlinear inverse boundary problem of heat conduction", *Problemy mashinostroeniya*, Vol. 19, no. 1, pp. 28–36. URL: <https://doi.org/10.15407/pmach2016.01.028>.
23. Matsevytyi, Yu.M., Sirenko, V.N., Kostikov, A.O., Safonov, N.A. and Hanchin, V.V. (2020), "Method for identification of non-stationary thermal processes in multilayer structures", *Kosmicheskaya nauka i nechnologiya*, Vol. 26, no. 1(122), pp. 79–89. URL: <https://doi.org/10.15407/knit2020.01.079>.

24. Matsevytyi, Yu.M., Kostikov, A.O., Safonov, N.A. and Hanchin, V.V. (2017), "To the solution of nonstationary nonlinear boundary value problems of heat conduction", *Problemy mashinostroeniya*, Vol. 20, no. 1–2, pp. 34–45. URL: <https://doi.org/10.15407/pmach2017.02.022>.

Received 05.02.21

Yu.M. Matsevytyi, M.O. Safonov, I.V. Hroza

METHOD FOR IDENTIFICATION OF THE POWER
OF A SOURCE OF THERMAL ENERGY BY SOLVING THE INTERNAL
REVERSE PROBLEM OF THERMAL CONDUCTIVITY

An approach to solving the internal inverse problem of heat conduction (OCT) is proposed, using the principle of regularization of A. N. Tikhonov and the method of influence functions. In this work, the power of the energy source is presented as a linear combination of the first-order Schoenberg splines, and the temperature is presented as a linear combination of influence functions. The influence function method makes it possible to use the same vector of unknown coefficients in both representations. The unknown coefficients are found as a result of solving the system of equations, which follows from the necessary condition for the minimum of the functional of A.N. Tikhonov with an effective algorithm for finding the regularization parameter, the use of which makes it possible to obtain a stable solution to the GST. For the regularization of the OST solutions, this functional also uses a stabilizing functional with the regularization parameter as a multiplicative factor. The article presents the numerical results of identifying the power of thermal energy by temperature, measured with an error characterized by a random variable distributed according to the normal law.

Key words: inverse problem, influence functions, identification, regularization, functional.

МАЦЕВИТИЙ Юрій Михайлович, академік НАН України, зав. відділу Інституту проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України. У 1957 р. закінчив Харківський політехнічний інститут. Область наукових досліджень — теплофізика, теплоенергетика, обернені задачі теплопровідності, математичне моделювання.

САФОНОВ Микола Олександрович, канд. фіз.-мат. наук, ст. наук. співроб. Інституту проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України. У 1971 р. закінчив Харківський інститут радіоелектроніки. Область наукових досліджень — математичне моделювання, обернені задачі теплопровідності, чисельні методи, теплофізика.

ГРОЗА Ірина Владиславівна, діловод комунального закладу Харківської міської ради. У 2013 р. закінчила Харківський національний університет ім. В.Н. Каразіна. Область наукових досліджень — теплофізика, математичне моделювання, фізика, чисельні методи.